

# PENGARUH BENTUK PENAMPANG SEKSIONAL DEK JEMBATAN BENTANG PANJANG TERHADAP ANALISIS KECEPATAN KRITIS FLUTTER

## (EFFECTS OF LONG-SPAN BRIDGE CROSS-SECTION SHAPE ON CRITICAL FLUTTER SPEED ANALYSIS)

Angga Dwi Saputra<sup>1)</sup>, Leonardo Gunawan<sup>2)</sup>, Rianto Adhy S<sup>3)</sup>, dan Mahesa Akbar<sup>4)</sup>

<sup>1)</sup> Badan Riset dan Inovasi Nasional

<sup>2),3),4)</sup> Fakultas Teknik Mesin dan Dirgantara - Institut Teknologi Bandung

<sup>1)</sup> Komplek Puspiptek Gd.240, Setu, Tangesel, Banten, Indonesia

<sup>2),3),4)</sup> Jl. Ganesha 10, Kecamatan Coblong, Bandung, Jawa Barat, Indonesia

e-mail: <sup>1)</sup>angg018@brin.go.id, <sup>2)</sup>gun5671@gmail.com, <sup>3)</sup>sasongko@ae.itb.ac.id, <sup>4)</sup>mahesa\_akbar@yahoo.com

Diterima: 27 Mei 2021 ; direvisi: 21 Desember 2022; diterbitkan: 30 Desember 2022.

### ABSTRAK

Flutter merupakan salah satu fenomena aeroelastik yang harus diperhatikan pada tahap perencanaan jembatan bentang panjang karena dapat mengakibatkan kerusakan yang bersifat katastrofik. Fenomena flutter dapat diinvestigasi menggunakan metode eksperimental dan numerik. Akan tetapi, pada kasus dek jembatan dengan geometri yang kompleks seperti adanya pagar atau railings dan penampang seksional yang bluff, metode numerik memiliki kesalahan yang lebih besar dibanding jembatan streamlined. Oleh karena itu, metode eksperimen di terowongan angin masih dianggap metode yang efektif untuk memvalidasi kasus flutter pada dek jembatan. Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan metode analisis yang akurat pada setiap jenis flutter, dimana jenis flutter yang terjadi pada jembatan dipengaruhi oleh bentuk penampang seksional dek. Metode analisis yang digunakan untuk menganalisis kecepatan kritis merupakan metode hybrid, dimana koefisien flutter derivatives diidentifikasi melalui pengujian terowongan angin dan prediksi kecepatan flutter dilakukan secara numerik. Pada Model Uji I (plat tipis), hasil prediksi adalah 16.7 m/s dan kecepatan kritis teoritis (pendekatan plat tipis) adalah 18.04 m/s. Sedangkan pada Model Uji II (bluff body), hasil prediksi kecepatan kritis flutter adalah 14.8 m/s sedangkan kecepatan kritis hasil pengujian terowongan angin adalah 15 m/s. Pada studi kasus Jembatan Tacoma I, metode MMA hanya memiliki tingkat kesalahan 4.3% dan CEVA sebesar 10.7%. Hasil tersebut menunjukkan bahwa metode analisis yang dikembangkan mampu memprediksi kecepatan kritis secara akurat, baik coupled - flutter maupun torsional flutter.

**Kata Kunci:** jembatan, aeroelastic, flutter, terowongan angin, numerik.

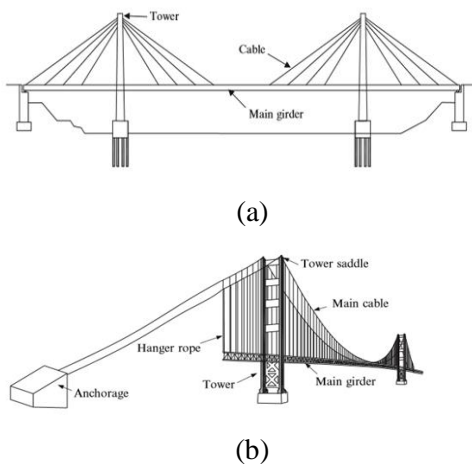
### ABSTRACT

Flutter is one of the most notable aeroelastic phenomena in long-span bridges and needs to be evaluated carefully in the design phase as it might cause catastrophic structural failure. Numerical and experimental methods can investigate flutter on a deck bridge. However, the numerical methods could be less accurate for a complex-shaped deck, such as a deck equipped with railings and bluff cross-section bridges. Therefore, experimental methods using wind tunnels are more convenient for validating the flutter phenomenon on a bridge deck. The study was conducted to understand the effects of long-span bridge cross-section shape on the critical flutter speed analysis. The method is a hybrid numerical procedure, combining a wind tunnel test to identify the flutter derivatives coefficients and a numerical method to determine the critical flutter speed limit. The testing method developed in this research was used for both torsional and coupled-flutter cases. In the case of Testing Model I (thin plate), the developed method predicted the critical flutter speed of 16.7 m/s, which is close to the theoretical calculation using the thin-plate approach of 18.04 m/s. While in the case of testing model II (bluff body), the predicted flutter speed is 14.8 m/s which is close to the experiment result of 15 m/s. In the study case of the First Tacoma Bridge, the developed method could accurately predict the critical flutter speed with an error of only 4.3%. Hence, according to the study, the developed analysis method can accurately predict the flutter speed for both torsional and coupled flutter.

**Keywords:** bridge, aeroelastic, flutter, wind tunnel, numerical.

## PENDAHULUAN

Jembatan bentang panjang adalah jembatan yang memiliki panjang bentangan lebih dari 125 m, dimana jembatan gantung dan kabel beruji (*cable stayed*) merupakan 2 jenis utama yang ditunjukkan pada Gambar 1 (Lin and Yoda 2017). Jembatan bentang panjang memiliki bobot struktur yang lebih kecil sehingga memungkinkan untuk memiliki bentang yang lebih panjang dibanding jembatan tipe lainnya. Ukuran dek jembatan yang relatif lebih ramping atau tipis menjadikan jembatan ini lebih ekonomis dalam hal biaya pembangunan dan memiliki tampilan yang estetik (Lin dan Yoda 2017). Akan tetapi, jembatan bentang panjang memiliki sifat yang fleksibel dan redaman yang kecil, sehingga ketahanan terhadap fenomena aeroelastik menjadi isu yang krusial pada tahap perancangan (Larsen dan Larose 2015).



Sumber: Lin and Yoda (2017)

**Gambar 1.** Struktur jembatan (a) kabel beruji dan (b) gantung

Pada fenomena aeroelastik, terjadi interaksi antara defleksi pada struktur dengan gaya aerodinamik yang terjadi dalam dua arah. Terdapat beberapa jenis fenomena aeroelastik yang terjadi pada jembatan, yaitu: vortex-induced oscillation, flutter, galloping, dan buffeting (Simiu and Scanlan, 1996). Vortex-induced oscillation merupakan fenomena yang terkait dengan resonansi, sementara flutter, galloping, dan buffeting adalah fenomena yang terkait dengan ketidakstabilan.

Vortex-induced oscillation merupakan osilasi yang terjadi ketika frekuensi vortex

shedding mendekati atau sama dengan frekuensi natural struktur sehingga amplitudo osilasi meningkat secara signifikan pada kecepatan angin tertentu. *Galloping* merupakan ketidakstabilan dengan arah osilasi yang tegak lurus dengan arah aliran udara. (Simiu dan Scanlan 1996). Pada fenomena *buffeting*, struktur mengalami beban tak tunak (*unsteady*) yang diakibatkan dari turbulensi atau fluktuasi kecepatan yang terjadi pada aliran udara di sekitarnya.

*Flutter* merupakan getaran yang tereksitasi sendiri pada sebuah struktur akibat interaksi aliran udara dengan gerakan struktur itu sendiri dan dapat mengakibatkan kerusakan yang bersifat katastrofik. *Flutter* merupakan fenomena aeroelastik yang bersifat katastrofik. Pada kecepatan udara di bawah kecepatan kritis, getaran akan teredam tetapi kondisi menjadi tidak stabil jika kecepatan angin di atas kecepatan kritis. Pada kecepatan angin di atas kecepatan kritis, redaman berubah menjadi negatif dan dapat mengakibatkan kerusakan struktur secara tiba-tiba.

Salah satu insiden yang fatal akibat fenomena *flutter* terjadi pada tahun 1940, dimana jembatan suspensi Tacoma I runtuh pada kecepatan angin 19 m/s (Larsen dan Larose 2015). Jembatan tersebut beroperasi arah vertikal sejak dioperasikan pada 1 Juli 1940 dan pada akhirnya runtuh pada 7 November 1940 (Gambar 2).

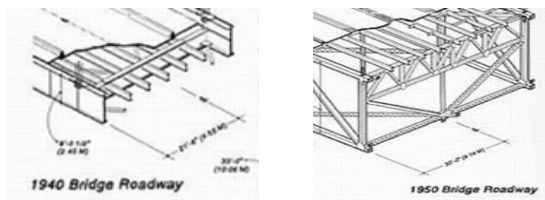


Sumber: Nieto et.al (2009)

**Gambar 2.** Jembatan Tacoma I yang runtuh

Pada lokasi yang sama dengan Jembatan Tacoma I, Jembatan Tacoma II dibangun dan dibuka pada tanggal 14 Oktober 1950. Terdapat beberapa perubahan yang dilakukan untuk meningkatkan ketahanan struktur terhadap fenomena aeroelastik. Pada dek Jembatan Tacoma I di sisi depan dan belakang menggunakan struktur penutup yang solid tetapi pada Jembatan Tacoma II menggunakan rangka batang (Gambar3) yang memungkinkan aliran udara untuk lewat. Dengan demikian vortex shedding yang terbentuk di sisi

belakang jembatan dapat berkurang. Vortex shedding yang terbentuk di sekitar dek jembatan dapat mengakibatkan flutter dan Vortex-induced oscillation. Selain itu, struktur pada Jembatan Tacoma II dibuat lebih kaku untuk meningkatkan frekuensi natural arah torsional dan dipasang peredam yang membuat struktur Jembatan Tacoma II lebih stabil dan memiliki kecepatan kritis *flutter* yang lebih tinggi (Historian American Engineering Record, 1993).



(a) (b)

Sumber: Historian American Engineering Record (1993)

**Gambar 3.** Bentuk dek Jembatan Tacoma I (a) dan II (b)

Untuk mengevaluasi *flutter* pada terowongan angin, terdapat 3 jenis pengujian model jembatan, yang digunakan, yaitu: 1) pengujian model penuh, 2) pengujian model 3D parsial, dan 3) pengujian model seksional 2D (Fariduzzaman and Gunawan 2001).

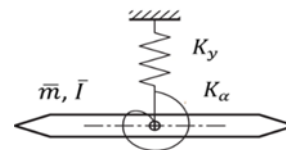
Pada pengujian model penuh, hampir semua komponen struktural dimodelkan. Pengujian juga dilakukan hingga kondisi ketidakstabilan tercapai. Selain mahal, model penuh memiliki dimensi yang besar, sehingga memerlukan terowongan angin dengan dimensi seksional uji yang memadai.

Pada pengujian model 3D parsial atau model *taut-strip* hanya pada bagian bentang utama dari jembatan yang dimodelkan. Model *taut-strip* memerlukan biaya pembuatan yang lebih murah dibanding model penuh, karena dimensi yang lebih kecil dan geometri yang lebih sederhana. Akan tetapi, pengaturan rasio frekuensi torsi-vertikal dilakukan dengan pengaturan tegangan dan jarak kawat, merupakan proses yang tidak sederhana dan seringkali memiliki nilai ketidakpastian yang relatif tinggi. Selain itu, tidak semua komponen struktural dimodelkan, sehingga memiliki keakuratan di bawah model penuh.

Model seksional merupakan potongan dek jembatan yang dimodelkan dengan skala tertentu. Pada umumnya, untuk model seksional memiliki skala antara 1/50 sampai 1/25. Model seksional terowongan angin terdiri dari model uji yang ditopang oleh susunan pegas pada kedua ujungnya, sehingga memungkinkan untuk bergerak arah vertikal dan torsional. Frekuensi natural antara modus torsi dan vertikal yang pertama pada model uji ditentukan oleh kekakuan pegas dan jarak antar pegas. Pengujian jembatan seksional sering dilakukan pada tahap pengujian awal, karena proses pembuatan yang lebih murah dan proses pengujian yang jauh lebih sederhana dibanding metode lainnya (Simiu and Scanlan 1996).

Pada penampang seksional yang memiliki rasio antara lebar dengan tebal dek ( $B/D$ ) yang besar sering disebut dengan dek yang *streamlined* atau tipis, analisis dengan metode numerik memiliki tingkat akurasi yang cukup baik. Sedangkan, pada penampang seksional yang memiliki rasio antara lebar dengan tebal dek yang kecil (*bluff* atau tebal) dan bentuk dek yang kompleks seperti adanya pagar atau railings, metode numerik memiliki kesalahan yang lebih besar dibanding jembatan *streamlined* (Xu et al. 2016). Oleh karena itu, pengujian terowongan angin masih dianggap metode yang paling efektif untuk memvalidasi kasus *flutter* pada dek jembatan, walaupun komputasi numerik berkembang secara signifikan (Wu et al. 2020).

Gambar 4 merupakan diagram benda bebas untuk model seksional dua derajat kebebasan arah vertikal  $y$  dan torsional  $\alpha$ .



**Gambar 4.** Diagram benda bebas dek jembatan

Dengan demikian, persamaan gerak dek jembatan dapat dinyatakan sebagai (Bartoli et al. 2009):

$$\bar{m}[\ddot{y} + 2\xi_y \omega_{y0} \dot{y} + \omega_{y0}^2 y] = L_y \dots \dots \dots (1)$$

$$\bar{I}[\ddot{\alpha} + 2\xi_\alpha \omega_{\alpha 0} \dot{\alpha} + \omega_{\alpha 0}^2 \alpha] = M_\alpha \dots \dots \dots (2)$$

Keterangan:

- $\bar{m}$  : massa seksional atau massa per-satuan panjang.
- $\bar{I}$  : momen inersia seksional terhadap sumbu elastik.
- $L_y$  : gaya angkat aerodinamik tak tunak
- $M_\alpha$  : momen aerodinamik tak tunak
- $\xi_y$  : rasio redaman struktural modulus vertikal.
- $\xi_\alpha$  : rasio redaman struktural modulus torsional.
- $\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha}$  : perpindahan, kecepatan, dan percepatan gerak arah torsional.
- $y, \dot{y}, \ddot{y}$  : perpindahan, kecepatan, dan percepatan gerak arah vertikal.
- $\omega_{y0}$  : frekuensi angular modulus vertikal ketika tanpa aliran udara.
- $\omega_{\alpha 0}$  : frekuensi angular modulus torsional ketika tanpa aliran udara.

Frekuensi osilasi modulus vertikal dan torsional ketika tanpa aliran udara atau frekuensi natural yang dapat dihitung dengan persamaan berikut ini:

$$\omega_{y0}^2 = K_y / m \dots\dots\dots (3)$$

$$\omega_{\alpha 0}^2 = K_\alpha / I \dots\dots\dots (4)$$

Keterangan:

- $m$  : massa total dek jembatan.
- $I$  : inersia total dek jembatan.
- $K_y$  : konstanta pegas arah vertikal.
- $K_\alpha$  : konstanta pegas puntir.

Untuk menghitung gaya dan momen yang aerodinamik  $L_y$  dan  $M_\alpha$ , Scanlan dan Tomko (1971) memperkenalkan pendekatan flutter derivatives (FDs). Gaya dan momen  $L_y$  dan  $M_\alpha$  direpresentasikan sebagai persamaan linear dari fungsi simpangan dan turunan pertama fungsi simpangan untuk masing-masing modulus getar. Selain itu, koefisien aerodinamika pada persamaan tersebut merupakan fungsi dari frekuensi reduksi yang dapat diidentifikasi melalui pengujian terowongan angin yang.  $L_y$  dan  $M_\alpha$  dinyatakan dengan menggunakan persamaan berikut ini:

$$L_y = \frac{1}{2} \rho U^2 B \left[ \hat{K} H_1(\hat{K}) \frac{\dot{y}}{U} + \hat{K} H_2(\hat{K}) \frac{B \dot{\alpha}}{U} + \hat{K}^2 H_3(\hat{K}) \alpha + \hat{K}^2 H_4(\hat{K}) \frac{y}{B} \right] \dots\dots(5)$$

$$M_\alpha = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 \left[ \hat{K} A_1(\hat{K}) \frac{\dot{y}}{U} + \hat{K} A_2(\hat{K}) \frac{B \dot{\alpha}}{U} + \hat{K}^2 A_3(\hat{K}) \alpha + \hat{K}^2 A_4(\hat{K}) \frac{y}{B} \right] \dots\dots(6)$$

Keterangan:

- $A_i, H_i$  : parameter *flutter derivatives* (FDs).
- $\rho$  : massa jenis udara
- $B$  : lebar dek jembatan.
- $U$  : kecepatan aliran udara.
- $\hat{K}$  : frekuensi reduksi

Koefisien  $A_i$  dan  $H_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) merupakan fungsi non dimensional dari frekuensi reduksi yang disebut parameter FDs koefisien  $A_i$  dan  $H_i$ .

$\hat{K}$  merupakan frekuensi reduksi dan  $U_R$  adalah kecepatan reduksi yang merupakan kebalikan dari frekuensi reduksi yang dinyatakan dengan persamaan berikut ini:

$$\hat{k} = B\omega / 2U ; \hat{K} = B\omega / U = 2\hat{k} ; \text{ dan } \dots\dots\dots(7)$$

$$U_R = U / B\omega$$

Pada kasus plat tipis dapat diturunkan dari Fungsi Theodorsen's yang dinyatakan dengan persamaan berikut ini (Wang and Dragomirescu 2016):

$$H_1(\hat{K}) = \frac{-2\pi F(\hat{k})}{\hat{K}} \dots\dots\dots (8)$$

$$H_2(\hat{K}) = -\frac{\pi}{2\hat{K}} \left( 1 + F(\hat{k}) + \frac{4G(\hat{k})}{\hat{K}} \right) \dots\dots\dots (9)$$

$$H_3(\hat{K}) = \frac{-\pi}{\hat{K}^2} \left( 2F(\hat{k}) - \frac{G(\hat{k})\hat{K}}{2} \right) \dots\dots\dots (10)$$

$$H_4(\hat{K}) = \frac{\pi}{2} \left( 1 + \frac{4G(\hat{k})}{\hat{K}} \right) \dots\dots\dots (11)$$

$$A_1(\hat{K}) = \frac{\pi F(\hat{k})}{2\hat{K}} \dots\dots\dots (12)$$

$$A_2(\hat{K}) = -\frac{\pi}{2\hat{K}^2} \left( \frac{\hat{K}}{4} - G(\hat{k}) + \frac{\hat{K}F(\hat{k})}{4} \right) \dots\dots\dots (13)$$

$$A_3(\hat{K}) = \frac{\pi}{2\hat{K}^2} \left( \frac{\hat{K}^2}{32} + F(\hat{k}) - \frac{\hat{K}G(\hat{k})}{4} \right) \dots\dots\dots (14)$$

$$A_4(\hat{K}) = -\frac{\pi}{2\hat{K}} (G(\hat{k})) \dots\dots\dots (15)$$

Koefisien aerodinamika  $F(\hat{k})$  dan  $G(\hat{k})$  pada persamaan di atas merupakan fungsi Theodorsen's *circulation* yang dinyatakan sebagai berikut:

$$C(\hat{k}) = F(\hat{k}) + iG(\hat{k}) \dots\dots\dots (16)$$

Nilai  $F(\hat{k})$  dan  $G(\hat{k})$  dapat dihitung dengan persamaan berikut:

$$F(\hat{k}) = 1 - \frac{0.165}{1 + (0.455/\hat{k})^2} - \frac{0.355}{1 + (0.3/\hat{k})^2} \dots\dots\dots(17)$$

$$G(\hat{k}) = -\frac{(0.165 \times 0.0455)/\hat{k}}{1 + (0.455/\hat{k})^2} - \frac{(0.355 \times 0.3)/\hat{k}}{1 + (0.3/\hat{k})^2} \dots\dots\dots(18)$$

Keterangan:

- $F(\hat{k})$  : komponen riil dari koefisien Theodorsen.  
 $G(\hat{k})$  : komponen imajiner dari koefisien Theodorsen.  
 $\hat{k}$  : frekuensi reduksi pada kasus plat tipis dan airfoil atau  $0.5 \hat{K}$   
 $C(\hat{k})$  : Koefisien Theodorsen

Koefisien FDs dapat diperoleh melalui pengujian getaran paksa (*forced vibration*) atau getaran bebas (*free vibration*) pada eksperimen di terowongan angin. Pada metode getaran paksa, frekuensi dan osilasi model uji dapat dikontrol, sehingga respon dinamik yang dihasilkan memiliki tingkat *noise* yang rendah dan berasal dari modus getar yang telah ditentukan (Chen et al. 2005). Pada metode getaran bebas, memiliki efisiensi yang lebih baik dibanding getaran paksa, karena pada metode ini membutuhkan instrumen dan peralatan yang lebih sedikit. Akan tetapi, pada metode getaran bebas menghasilkan *noise* relatif tinggi, sehingga membutuhkan metode identifikasi yang *robust* pada tingkat *noise* yang tinggi untuk menghasilkan analisis *flutter* yang akurat.

Beberapa metode identifikasi yang telah dikembangkan untuk identifikasi koefisien FDs dari teknik getaran bebas. Shinozuka, Yun, dan Imai (1982) menggunakan metode autoregressive moving average (ARMA) untuk mengidentifikasi parameter flutter derivatives, tetapi metode ARMA tidak menghasilkan data yang akurat ketika respon dinamikanya memiliki tingkat *noise* yang signifikan. Sarkar et al. (1994) menggunakan Modified Ibrahim Time Domain (MITD) untuk mengekstraksi parameter FDs pada model dua derajat kebebasan dengan metode getaran bebas. Metode MITD memiliki performa yang cukup handal pada *noise* tinggi. Pada sinyal dengan tingkat *noise* 5%, memiliki kesalahan hanya 0.12% dalam mengidentifikasi nilai redaman.

Pada analisis kecepatan *flutter* dengan data daerah subkritis atau di bawah kecepatan kritis *flutter*, membutuhkan suatu metode pendekatan untuk memprediksi nilai FDs pada kecepatan angin tertentu. Pada pendekatan domain frekuensi, nilai redaman dan frekuensi osilasi pada setiap modus getar diidentifikasi melalui analisis nilai eigen. Agar (1989) melakukan analisis nilai eigen

pada model *state space* untuk mendapatkan kecepatan kritis *flutter*.

Simiu dan Scanlan (1996) menggunakan metode *complex eigen value analysis* (CEVA) untuk mendapatkan kecepatan kritis, dimana gaya dan momen aerodinamik dinyatakan dengan koefisien FDs. Matsumoto et al. (2005) dan Chen et al. (2020) menggunakan metode *step by step analysis* (SBSA) untuk menganalisis *flutter*

Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan metode analisis yang akurat pada setiap jenis *flutter*, dimana jenis *flutter* yang terjadi pada jembatan dipengaruhi oleh bentuk penampang seksional dek. Metode analisis yang digunakan merupakan metode *hybrid*, dimana koefisien FDs diidentifikasi melalui pengujian terowongan dan prediksi kecepatan kritis *flutter* dilakukan secara numerik.

## HIPOTESIS

Pemilihan metode untuk memprediksi kecepatan *flutter* juga sangat terkait dengan jenis *flutter* yang terjadi. Pada kasus *coupled-flutter*, metode *complex eigen value analysis* (CEVA) memberikan hasil yang akurat. Akan tetapi, pada kasus *bluff body*, dimana modus torsional menjadi dominan, *multi-mode analysis* (MMA) memberikan hasil yang lebih akurat dibanding metode CEVA.

## METODOLOGI

### Metode Identifikasi

Identifikasi koefisien FDs dengan teknik getaran bebas membutuhkan nilai redaman efektif  $C^{eff}$  dan kekakuan efektif  $K^{eff}$  dari sistem dinamik, dimana matriks redaman efektif  $C^{eff}$  dan kekakuan efektif  $K^{eff}$  dihitung dengan nilai dan vektor eigen dari respon dinamik sistem. Oleh karena itu, metode identifikasi diperlukan untuk mengekstraksi nilai dan vektor eigen dari respon dinamik sistem. Metode *Ibrahim Time Domain* (ITD) dan MITD merupakan metode untuk mengidentifikasi nilai dan vektor eigen dari respon dinamik yang dihasilkan oleh teknik getaran bebas.

MITD menggunakan metode ITD untuk mendapatkan nilai awal parameter nilai dan vektor eigen, kemudian dilanjutkan dengan proses iterasi

hingga parameter modulus getar memiliki nilai yang konvergen (Sarkar et al. 1994). Berikut adalah prosedur pada metode MITD:

1. Definiskan matriks  $[\phi]$  dan  $[\hat{\phi}]$  dengan formula, sebagai berikut:

$$[\phi] = \begin{bmatrix} x(0) & x(\Delta t) & \dots & x[(N-N_1-N_2-1)\Delta t] \\ x(N_2\Delta t) & x[(N_2+1)\Delta t] & \dots & x[(N-N_1-1)\Delta t] \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$[\hat{\phi}] = \begin{bmatrix} x(N_1\Delta t) & x[(N_1+1)\Delta t] & \dots & x[(N-N_2-1)\Delta t] \\ x[(N_2+N_1)\Delta t] & x[(N_2+N_1+1)\Delta t] & \dots & x[(N-1)\Delta t] \end{bmatrix} \quad (20)$$

Keterangan:

- x : respon dinamik yang terukur.
- N : jumlah data yang digunakan.
- N<sub>1</sub>, N<sub>2</sub> : faktor pergeseran waktu
- Δt : interval pengambilan data.

N<sub>1</sub> dan N<sub>2</sub> adalah faktor pergeseran waktu dimana integer N<sub>1</sub> dan N<sub>2</sub> << N. Setelah mendapatkan matriks  $[\phi]$  dan  $[\hat{\phi}]$ , kemudian hitung matriks

[A<sub>s</sub>] dengan menggunakan Persamaan (21). Analisis nilai dan vektor eigen pada matriks [A<sub>s</sub>], kemudian dilanjutkan dengan menghitung matriks M<sup>-1</sup>C<sup>eff</sup> dan M<sup>-1</sup>K<sup>eff</sup>

$$[A_s] = \frac{1}{2} \left[ ([\hat{\phi}][\hat{\phi}]^T) ([\phi][\phi]^T)^{-1} + ([\hat{\phi}][\phi]^T) ([\phi][\phi]^T)^{-1} \right] \quad (21)$$

2. Simulasikan sinyal  $\bar{x}(t)$  dengan menggunakan nilai dan vektor yang didapat dari langkah 1 (Metode ITD). Kemudian susun matriks  $[\bar{\phi}]$

dan  $[\hat{\bar{\phi}}]$  dengan persamaan sebagai berikut:

$$[\bar{\phi}] = \begin{bmatrix} \bar{x}(0) & \bar{x}(\Delta t) & \dots & \bar{x}[(N-N_1-N_2-1)\Delta t] \\ \bar{x}(N_2\Delta t) & \bar{x}[(N_2+1)\Delta t] & \dots & \bar{x}[(N-N_1-1)\Delta t] \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$[\hat{\bar{\phi}}] = \begin{bmatrix} \bar{x}(N_1\Delta t) & \bar{x}[(N_1+1)\Delta t] & \dots & \bar{x}[(N-N_2-1)\Delta t] \\ \bar{x}[(N_2+N_1)\Delta t] & \bar{x}[(N_2+N_1+1)\Delta t] & \dots & \bar{x}[(N-1)\Delta t] \end{bmatrix} \quad (23)$$

Keterangan:

- $\bar{x}$  : sinyal simulasi dari nilai dan vektor eigen yang baru.

3. Ulangi langkah ke-2 dengan menggunakan parameter yang diperbarui, hingga mendapatkan nilai eigen yang konvergen.

Untuk mendapatkan hasil yang optimal, faktor pergeseran waktu dapat ditentukan dengan persamaan berikut:

$$N_2 = (N_1 \pm 1 \text{ atau } 2) \text{ atau } N_2 = N_1 \dots \dots \dots (24)$$

$$N_1 \approx 1 / (4\Delta t f_t) \dots \dots \dots (25)$$

Keterangan:

- f<sub>t</sub> : frekuensi natural terbesar dari modulus getar yang dianalisis

Untuk N<sub>1</sub> ditentukan dengan mengambil integer terdekat dibawah rasio 1/(4Δt f<sub>t</sub>).

Untuk mendapatkan matriks redaman dan kekakuan efektif (C<sup>eff</sup> dan K<sup>eff</sup>), maka persamaan gerak (Persamaan (1) dan (2)) dapat dinyatakan dengan bentuk matriks berikut ini:

$$\begin{bmatrix} \bar{m} & 0 \\ 0 & \bar{I} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\alpha} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_y & 0 \\ 0 & C_\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\alpha} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_y & 0 \\ 0 & K_\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y \\ \alpha \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} L_y \\ M_\alpha \end{Bmatrix} \quad (26)$$

dengan,

$$\{Z\} = \begin{Bmatrix} y \\ \alpha \end{Bmatrix}, \{\dot{Z}\} = \begin{Bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\alpha} \end{Bmatrix}, \text{ dan } [M] = \begin{bmatrix} \bar{m} & 0 \\ 0 & \bar{I} \end{bmatrix} \quad (27)$$

Sehingga gaya dan momen aerodinamik (Persamaan (5) dan (6)) dapat dinyatakan dengan,

$$\{F_{aero}\} = \begin{Bmatrix} L_y \\ M_\alpha \end{Bmatrix} = [C^{aero}]\{\dot{Z}\} + [K^{aero}]\{Z\} \dots (28)$$

dengan,

$$[C^{aero}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \rho B^2 \omega_y H_1^* & \frac{1}{2} \rho B^3 \omega_\alpha H_2^* \\ \frac{1}{2} \rho B^3 \omega_y A_1^* & \frac{1}{2} \rho B^4 \omega_\alpha A_2^* \end{bmatrix} \dots \dots \dots (29)$$

$$[K^{aero}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \rho B^2 \omega_y H_4^* & \frac{1}{2} \rho B^3 \omega_\alpha H_3^* \\ \frac{1}{2} \rho B^3 \omega_y^2 A_4^* & \frac{1}{2} \rho B^4 \omega_\alpha^2 A_3^* \end{bmatrix} \dots \dots \dots (30)$$

ω<sub>y</sub> dan ω<sub>α</sub> merupakan frekuensi angular modulus vertikal dan torsional pada kecepatan angin tertentu. Matriks redaman dan kekakuan pada sisi kiri Persamaan (26) merupakan redaman C<sup>0</sup> dan kekakuan struktural K<sup>0</sup> yang didapat dari respon model pada saat tidak ada aliran udara, yang dapat dinyatakan dengan:

$$[C^0] = \begin{bmatrix} 2\bar{m}\xi_y\omega_{y0} & 0 \\ 0 & 2\bar{I}\xi_\alpha\omega_{\alpha0} \end{bmatrix} \text{ dan } \dots \dots \dots (31)$$

$$[K^0] = \begin{bmatrix} K_y & 0 \\ 0 & K_\alpha \end{bmatrix}$$

Substitusikan Persamaan (28) dan (31) pada Persamaan (26), sehingga didapatkan bentuk berikut ini:

$$[M]\{\ddot{Z}\} + [C^0 - C^{aero}]\{\dot{Z}\} + [K^0 - K^{aero}]\{Z\} = 0 \quad (32)$$

Normalisasikan Persamaan (32) dengan matriks M, sehingga



$$[I]\{\ddot{Z}\} + [M]^{-1}[C^{eff}]\{\dot{Z}\} + [M]^{-1}[K^{eff}]\{Z\} = 0 \quad \dots(33)$$

Keterangan:

- $\omega_y$  : frekuensi angular modulus vertikal pada kecepatan udara tertentu.
- $\omega_\alpha$  : frekuensi angular modulus torsional pada kecepatan udara tertentu.

Persamaan *state space* yang merepresentasikan model dinamik jembatan (Sarkar et. al. 1994):

$$\dot{z} = A^e z \quad \dots(34)$$

$$z = [y^T \quad \dot{y}^T]^T = [y(t) \quad \alpha(t) \quad \dot{y}(t) \quad \dot{\alpha}(t)] \quad (35)$$

Dengan matriks  $A^e$  adalah

$$A^e = \begin{bmatrix} 0_n & I_n \\ -M^{-1}K^{eff} & -M^{-1}C^{eff} \end{bmatrix} \quad \dots(36)$$

Didefinisikan  $P$  adalah matriks vektor eigen dan  $\Lambda$  adalah  $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_{2n})$  nilai eigen  $\lambda_i$ , sehingga matriks modal pada domain *state space* dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$V = [v_1, \dots, v_{2n}] = \begin{bmatrix} P \\ P\Lambda \end{bmatrix} \quad \dots(37)$$

Berdasarkan Persamaan *state space* (34), maka matriks  $A^e$  dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$A^e = V\Lambda V^{-1} \quad \dots(38)$$

dan matriks  $K^{eff}$  dan  $C^{eff}$  dapat dinyatakan, sebagai berikut:

$$K^{eff} = -MA_{(2,1)}^e \quad \dots(39)$$

$$C^{eff} = -MA_{(2,2)}^e \quad \dots(40)$$

Sehingga nilai koefisien FDs dapat dihitung dengan persamaan berikut ini,

$$H_1 = -\frac{2}{\rho B^2 \omega_y} (C_{11}^{eff} - C_{11}^0) \quad \dots(41)$$

$$H_2 = -\frac{2}{\rho B^3 \omega_\alpha} (C_{12}^{eff} - C_{12}^0) \quad \dots(42)$$

$$H_3 = -\frac{2}{\rho B^3 \omega_\alpha^2} (K_{12}^{eff} - K_{12}^0) \quad \dots(43)$$

$$H_4 = -\frac{2}{\rho B^2 \omega_y^2} (K_{11}^{eff} - K_{11}^0) \quad \dots(44)$$

$$A_1 = -\frac{2}{\rho B^3 \omega_y} (C_{21}^{eff} - C_{21}^0) \quad \dots(45)$$

$$A_2 = -\frac{2}{\rho B^4 \omega_\alpha} (C_{22}^{eff} - C_{22}^0) \quad \dots(46)$$

$$A_3 = -\frac{2}{\rho B^4 \omega_\alpha^2} (K_{22}^{eff} - K_{22}^0) \quad \dots(47)$$

$$A_4 = -\frac{2}{\rho B^3 \omega_y^2} (K_{21}^{eff} - K_{21}^0) \quad \dots(48)$$

Koefisien  $H_1, H_4, A_2,$  dan  $A_3$  merupakan koefisien *direct flutter derivatives* dan  $H_2, H_3, A_1,$  dan  $A_4$  merupakan *cross flutter derivatives*.

## Metode Analisis Kecepatan Kritis Flutter

*Complex eigen value analysis* (CEVA) merupakan metode analisis *flutter* pada domain frekuensi yang diperkenalkan oleh Simiu dan Scanlan (1996). Pada metode CEVA, iterasi perhitungan nilai eigen dilakukan untuk mendapatkan nilai frekuensi  $\omega$  pada setiap frekuensi reduksi atau kecepatan reduksi  $U_R$ . Metode CEVA pada umumnya digunakan untuk menyelesaikan kasus *coupled-flutter* dengan 2 derajat kebebasan, dimana karakteristik *flutter* berdasarkan permasalahan eigen. Pada metode CEVA, persamaan gerak dek jembatan dinyatakan sebagai fungsi rasio frekuensi  $X$  yang didefinisikan dengan,

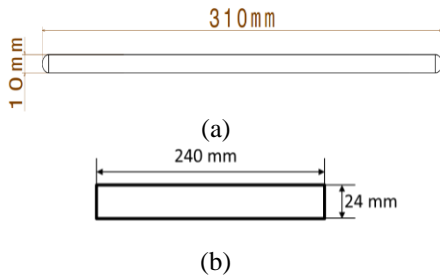
$$X = \frac{\omega}{\omega_{y0}} \quad \dots(49)$$

Persamaan (50) merupakan Persamaan solusi untuk *flutter*. Untuk mendapatkan solusi non-trivial pada Persamaan (50), maka determinan matriks ABCD harus sama dengan nol. Nilai Determinan pada matriks ABCD memiliki komponen imajiner dan riil yang masing-masing memiliki solusi tersendiri. Kondisi kritis atau tidak stabil terjadi ketika solusi komponen imajiner dengan riil saling berpotongan. *Multi-mode analysis* (MMA) merupakan metode analisis *flutter* berdasarkan analisis nilai eigen pada matriks *state-space* model dinamik  $A^e$  dek jembatan. Metode ini bisa digunakan untuk menganalisis kestabilan pada sistem dinamik dengan lebih dari 2 derajat kebebasan atau kasus nDoF. Selain itu, metode MMA dapat digunakan untuk menganalisis kasus jembatan penuh yang memiliki modulus getar yang kompleks. Untuk menganalisis kestabilan sistem, maka perhitungan nilai eigen  $\lambda$  dari matriks  $A^e$  dilakukan pada setiap kecepatan reduksi  $U_R$ . Nilai eigen  $\lambda_i = \delta_i + j\omega_i$  merupakan bilangan kompleks, dimana komponen riil  $\delta$  adalah nilai redaman, sedangkan  $\omega$  merupakan nilai frekuensi sudut dari setiap modulus getar. Untuk nilai  $\delta < 0$ , respon dinamik pada kondisi yang stabil, sedangkan jika nilai  $\delta = 0$  memiliki kestabilan netral. Kondisi tidak stabil *flutter* terjadi ketika nilai  $\delta > 0$  atau komponen riil  $\delta$  berubah tanda (Abbas 2016).

$$\begin{bmatrix} -X^2 + i2\xi_y X + 1 - \left( \frac{iX^2 \rho B^2}{m} H_1^* + \frac{\rho B^2 X^2}{m} H_4^* \right) & - \left( \frac{i\rho B^2 X^2}{m} H_2^* + \frac{\rho B^2 X^2}{m} H_3^* \right) \\ - \frac{\rho B^4}{I} (iX^2 A_1^* + X^2 A_1^*) & -X^2 + i2\xi_\alpha \frac{\omega_{\alpha 0}}{\omega_{y0}} X + \frac{\omega_{\alpha 0}^2}{\omega_{y0}^2} - \left( \frac{i\rho B^4 X^2}{I} A_2^* + \frac{\rho B^4 X^2}{I} A_3^* \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{A} & \hat{B} \\ \hat{C} & \hat{D} \end{bmatrix} \dots \dots \dots (50)$$

**Model Uji**

Pada penelitian ini, terdapat dua model uji. Model Uji I merupakan model uji yang merepresentasikan plat tipis dengan rasio ketebalan  $B/D = 31$ . Sedangkan Model Uji II merupakan model uji yang *bluff* atau rasio ketebalan yang kecil  $B/D = 10$ . Bentuk penampang seksional model uji ditunjukkan pada Gambar 5 dan Tabel 1 merupakan parameter struktural pada setiap model uji.



**Gambar 5.** Penampang seksional (a) Model Uji I, dan (b) Model Uji II

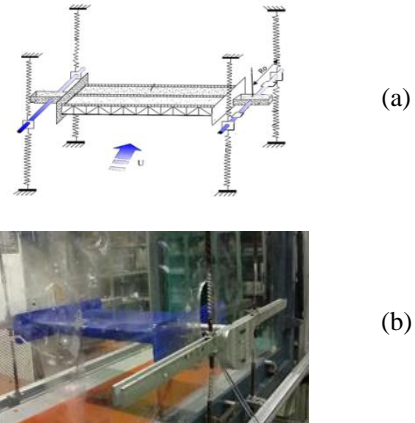
**Tabel 1.** Parameter struktural model uji

Parameter	Model Uji I	Model Uji II	Unit
$B/D$	31	10	-
$\bar{m}$	12.45	11.06	kg/m
$\bar{I}$	0.25	0.13	kg.m
$\omega_{y0}$	24.1	31.71	Rad/s
$\omega_{\alpha 0}$	33.8	38.31	Rad/s
$\omega_{\alpha 0} / \omega_{y0}$	1.4	1.21	-
$\zeta_v$	0.56	0.26	%
$\zeta_\alpha$	0.38	0.33	%

**Pengujian Terowongan Angin**

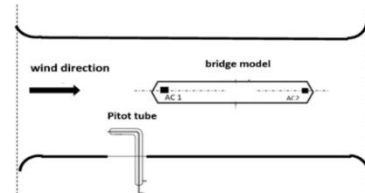
Eksperimen model uji dilakukan di terowongan angin *Educational Small Wind Tunnel* (ESWT) milik Laboratorium Teknologi Aerodinamika, Aeroelastika, dan Aeroakustika. ESWT memiliki ukuran seksi uji sebesar 0.5 m x 0.5 m, dan kecepatan maksimum 45 m/s. ESWT

merupakan terowongan angin jenis sirkuit terbuka dengan rasio kontraksi 9:1.



**Gambar 6.** (a) Susunan pegas, dan (b) Instalasi model uji di terowongan angin

Model digantung dengan 8 pegas yang identik dan memiliki 2 derajat kebebasan. Gambar 6 merupakan ilustrasi pemasangan model uji di seksi uji terowongan angin. Untuk mengukur respon dinamik pada model uji, 2 buah akselerometer (AC) dipasang pada bagian depan dan belakang. Sedangkan, kecepatan angin diukur menggunakan tabung pitot. Gambar 7 menunjukkan penempatan sensor atau instrumen pada seksi uji.



**Gambar 7.** Penempatan sensor pada seksi uji

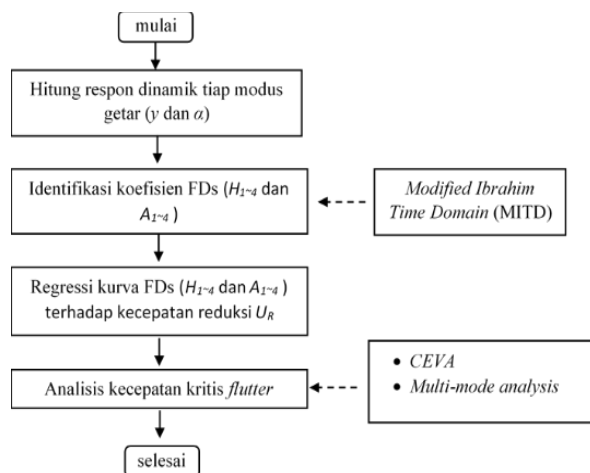
Pada pengujian terowongan angin, model uji diberi simpangan awal sesaat yang kemudian dibiarkan berosilasi untuk mencapai kondisi tunak. Pengujian dimulai dengan tanpa aliran udara, untuk mendapatkan matriks kekakuan struktural



( $K^0$ ) dan redaman struktural ( $C^0$ ). Sedangkan respon dinamik yang diukur ketika terdapat aliran udara, digunakan untuk mengidentifikasi matriks redaman ( $C^{eff}$ ) dan kekakuan efektif ( $K^{eff}$ ). Pengujian terowongan dilakukan hingga mendekati kecepatan kritis *flutter* model uji.

### Pengolahan Data

Gambar 8 merupakan diagram alir proses pengolahan data yang dihasilkan dari eksperimen diterowongan angin. Respon dinamik transien yang terukur dari setiap akselerometer, digunakan untuk menghitung respon pada setiap modus getar Analisis nilai dan vektor eigen dilakukan pada respon dinamik model uji di setiap kecepatan angin untuk mendapatkan matriks kekakuan ( $K^{aero}$ ) dan redaman aerodinamika ( $C^{aero}$ ) yang akan digunakan untuk menghitung koefisien FDs. Detail proses identifikasi koefisien FDs dijelaskan pada bagian Metode Identifikasi Koefisien FDs. Prediksi kecepatan kritis model uji dilakukan dengan beberapa metode, yaitu CEVA dan MMA. Dengan membandingkan tingkat akurasi metode analisis, maka didapatkan metode analisis paling sesuai untuk setiap jenis *flutter* yang terjadi pada dek jembatan.



**Gambar 8.** Proses pengolahan data

## HASIL DAN ANALISIS

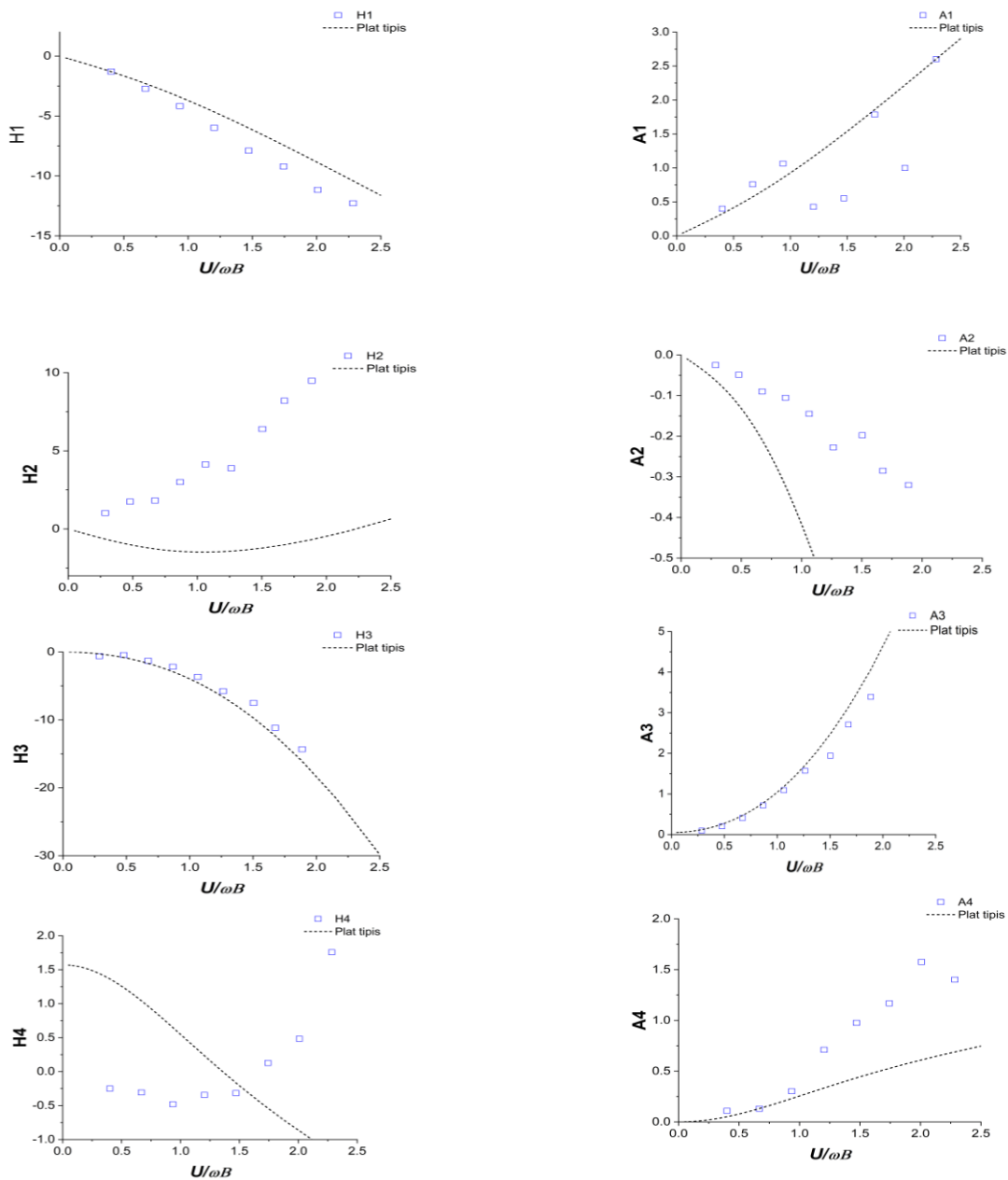
Gambar 9 dan 10 merupakan hasil identifikasi koefisien FDs pada model uji. Sumbu vertikal merupakan nilai koefisien FDs sedangkan sumbu horizontal merupakan kecepatan reduksi  $U_R = U/\omega B$ .

### Analisis Koefisien *Flutter Derivatives* Model Uji I

Pada kasus plat tipis, koefisien FDs dapat didekati secara analitik dengan menggunakan Persamaan (7 – 18).

Gambar 9 merupakan hasil identifikasi koefisien FDs Model Uji I dari pengujian terowongan angin dengan range kecepatan angin antara 0 – 20 m/s. Nilai  $H_1$ ,  $H_3$ ,  $A_1$ ,  $A_3$ , dan  $A_4$  dari hasil eksperimen memiliki nilai yang mendekati dengan hasil analitik (plat tipis) terutama pada kecepatan reduksi yang rendah. Sedangkan koefisien  $H_2$ ,  $H_4$ , dan  $A_2$  memiliki nilai yang berbeda dengan hasil analitik (garis solid hitam).

Koefisien  $H_4$  memiliki gradien negatif terhadap kecepatan reduksi yang secara fisis menunjukkan bahwa kekakuan efektif pada modus vertikal cenderung meningkat terhadap kecepatan angin sehingga frekuensi osilasi arah vertikal akan meningkat pula. Sedangkan pada osilasi modus torsional, frekuensinya akan menurun akibat dari nilai  $A_3$  yang memiliki gradien positif.  $A_2$  merupakan koefisien FDs yang terkait dengan redaman pada modus torsional. Model Uji I memiliki nilai dan gradien  $A_2$  yang negatif yang menunjukkan bahwa model ini cenderung untuk mengalami *coupled-flutter*.



**Gambar 9.** Koefisien FDs Model Uji I

### Analisis Kecepatan Kritis Flutter

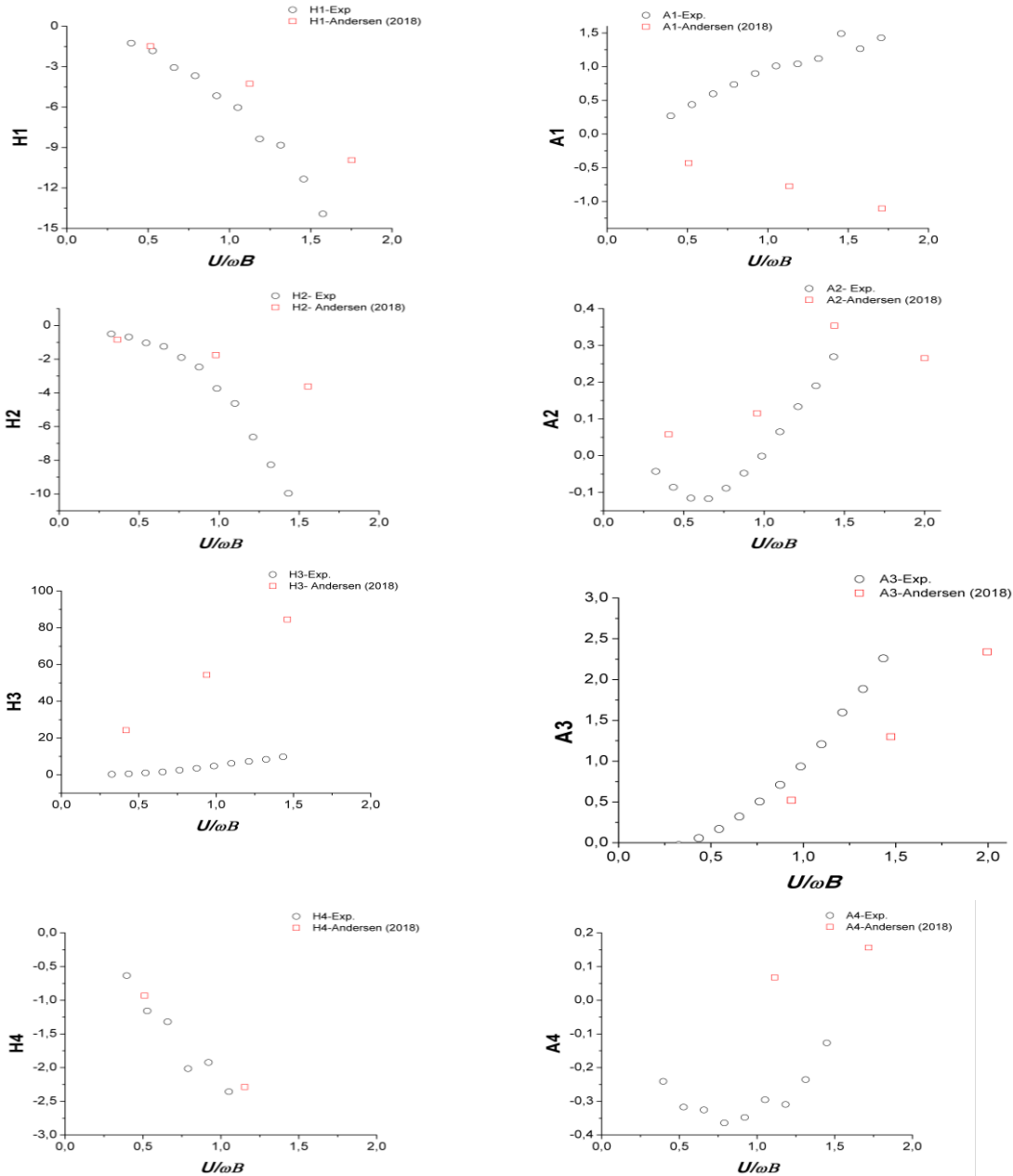
Metode MMA tidak menghasilkan solusi pada kasus Model Uji I. Sedangkan metode CEVA menghasilkan solusi berupa perpotongan antara solusi riil dan imajiner (Gambar11). Pada Gambar11, sumbu vertikal adalah rasio frekuensi vertikal  $X$  (Persamaan (47)) sedangkan sumbu horizontal adalah kecepatan reduksi  $U_R$ . Ketidakstabilan flutter mulai terjadi pada

kecepatan reduksi 1.72 dengan rasio frekuensi osilasi flutter  $X_{crit1} = 1.3$ . Sehingga kecepatan kritis flutter adalah 16.7 m/s. Hasil prediksi tersebut cukup mendekati dengan kecepatan kritis teoritis,  $U_{crit-I(aktual)} = 18.04$  m/s.

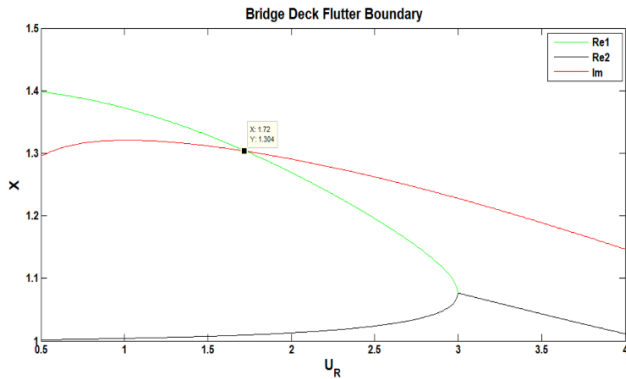
Pada Model Uji II, metode CEVA dan MMA menghasilkan solusi kecepatan kritis flutter yang berbeda. Metode CEVA memprediksi flutter terjadi pada kecepatan reduksi  $U_R = 1.15$  atau

kecepatan angin 10.4 m/s (Gambar12(a)). Gambar12(b) merupakan solusi dari metode MMA. Sumbu vertikal merupakan nilai rasio redaman  $\xi$ , sedangkan sumbu horizontal merupakan nilai kecepatan reduksi  $U_R$ . Batas ketidakstabilan *flutter* terjadi ketika nilai rasio

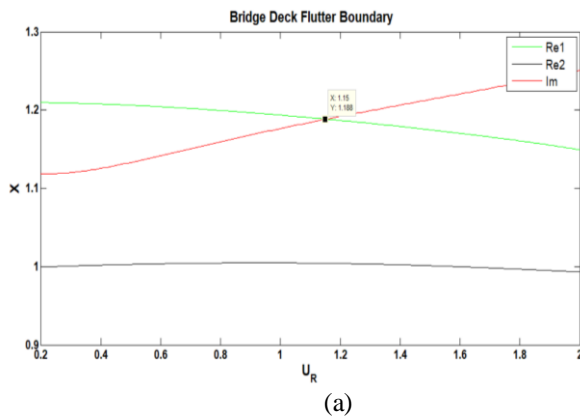
redaman memotong sumbu horizontal. Ketidakstabilan *flutter* diprediksi mulai terjadi pada kecepatan reduksi 1.61 atau kecepatan angin 14.8 m/s. Hasil prediksi cukup dekat dengan kecepatan kritis aktual  $U_{crit-II(aktual)} = 15$  m/s.



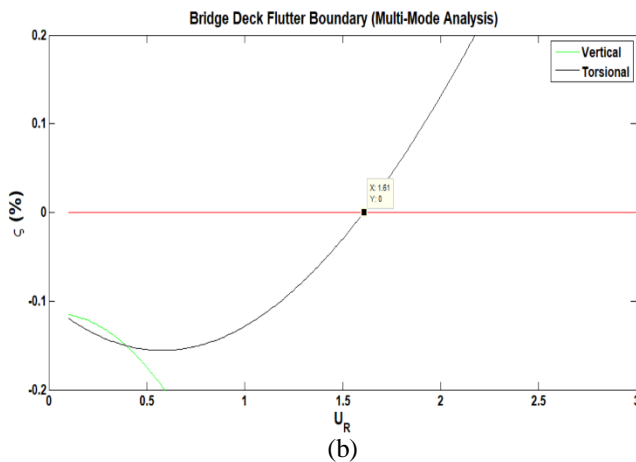
Gambar 10. Koefisien FDs Model Uji II



Gambar 11. Solusi metode CEVA Model Uji I



(a)



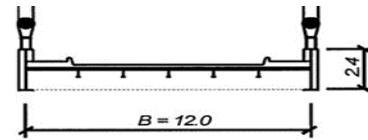
(b)

Gambar 12. Solusi kecepatan kritis flutter Model Uji II (a) Metode CEVA, dan (b) MMA

### Studi Kasus: Jembatan Tacoma I

Jembatan Tacoma I memiliki penampang sektional dengan rasio ketebalan yang kecil ( $B/D = 5$ ) seperti yang ditunjukkan pada Gambar 13.

Sedangkan parameter struktural Jembatan Tacoma I ditampilkan pada Tabel 2.



Sumber: Larsen (1998)

Gambar 13. Penampang sektional Jembatan Tacoma I

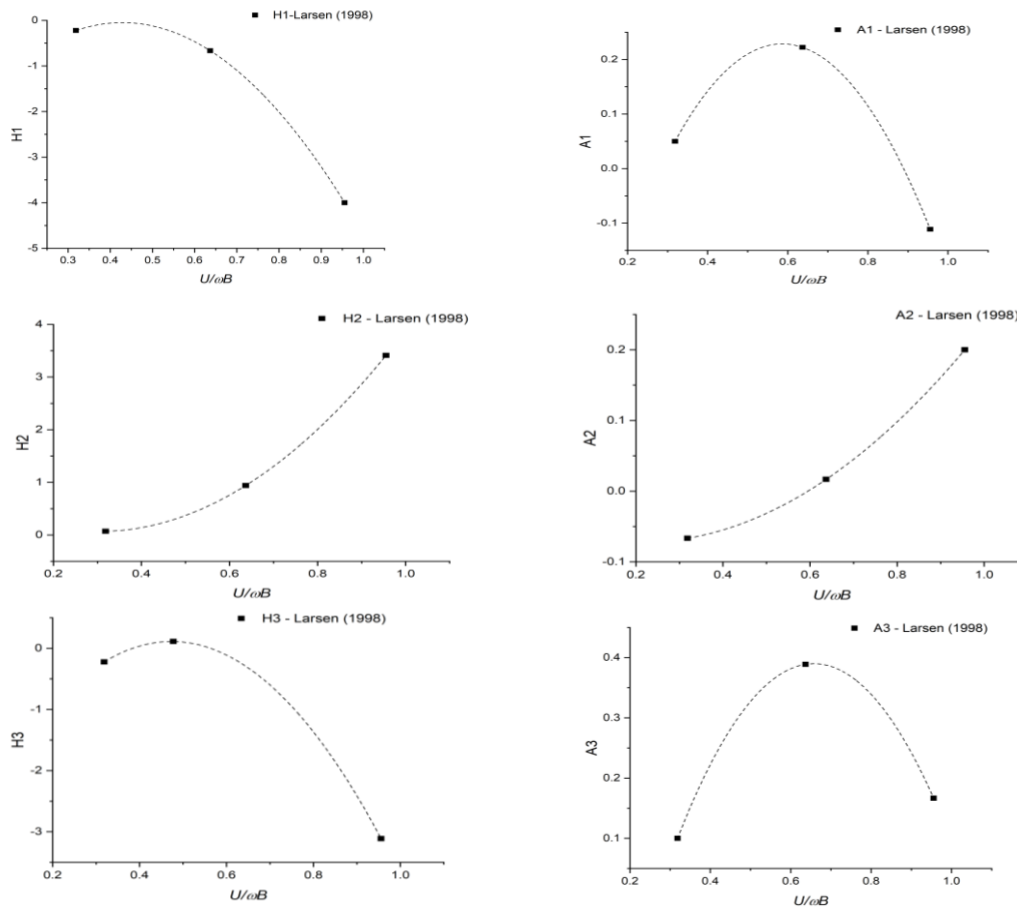
Tabel 2. Parameter struktural Jembatan Tacoma I

Parameter	Nilai	Unit
$B/D$	5	-
$\bar{m}$	$4.25 \times 10^3$	kg/m
$\bar{I}$	$177.73 \times 10^3$	kg.m
$\omega_{y0}$	1.26	Rad/s
$\omega_{a0}$	0.82	Rad/s
$\zeta_v$ & $\zeta_a$	0.5	%

Sumber: Larsen (1998)

Dek Jembatan Tacoma I merupakan *bluff body* dan memiliki bentuk yang kompleks sehingga nilai koefisien FDs tidak bisa didekati dengan pendekatan plat tipis Theodorsen. Oleh karena itu, nilai koefisien FDs harus diidentifikasi melalui pengujian terowongan angin atau simulasi numerik. Gambar 14 merupakan hasil identifikasi koefisien FDs pada Jembatan Tacoma I yang dilakukan oleh Larsen (1998). Pada hasil identifikasi oleh Larsen (1998), koefisien  $H_4$  dan  $A_4$  tidak dihitung sehingga hanya terdapat 6 koefisien FDs. Jembatan Tacoma I merupakan *bluff body* seperti pada Model Uji II sehingga  $A_2$  memiliki gradien yang positif yang menunjukkan bahwa jembatan ini cenderung untuk mengalami *torsional flutter*.

Metode CEVA dan MMA digunakan untuk menganalisis kecepatan kritis flutter pada Jembatan Tacoma I. Hasil perhitungan kecepatan kritis ditampilkan pada Tabel 3. Berdasarkan hasil perhitungan, nilai kecepatan kritis yang didapatkan dengan metode MMA lebih mendekati dengan hasil perhitungan dari Bartoli dan Mannini (2008) dibanding metode CEVA. Metode MMA memiliki kesalahan hanya sebesar 4.3% sedangkan metode CEVA sebesar 10.7%.



Sumber: Larsen (1998)

**Gambar 14.** Koefisien FDs Jembatan Tacoma I

**Tabel 3.** Hasil perhitungan kecepatan *flutter* Jembatan Tacoma I

Parameter	MMA	CEVA	Bartoli dan Mannini (2008)
$f_{crit}$ (Hz)	0.198	0.194	0.2
$U_{crit}$ (m/s)	12	9.7	11.5

Keterangan:

$U_{crit}$  : Kecepatan kritis flutter.

$f_{crit}$  : Frekuensi kritis flutter.

## PEMBAHASAN

Identifikasi koefisien FDs menggunakan teknik getaran bebas menghasilkan tingkat *noise* yang tinggi pada kecepatan angin yang tinggi atau mendekati kondisi batas *flutter*, terutama pada koefisien *cross flutter derivatives* yang terkait gerak vertikal. Menurut Sarkar et al. (1994), respon dinamik pada arah vertikal akan semakin

teredam dan semakin sensitif terhadap *noise* pada kecepatan reduksi tinggi sehingga pada koefisien FDs yang terkait dengan modus vertikal seperti  $H_4$  dan  $A_4$  memiliki nilai yang cenderung acak.

Menurut Como, Del Ferraro and Grimaldi. (2005), pada kondisi kecepatan angin tinggi, gaya-gaya aerodinamik yang dihasilkan oleh model seksional dapat direpresentasikan sebagai kondisi *quasi-steady* sehingga nilai FDs  $A_i$ ,  $H_i$  menjadi proporsional terhadap kecepatan reduksi. Oleh karena itu, metode ekstrapolasi dapat digunakan untuk mendapatkan koefisien FDs pada kecepatan tinggi. Selain itu, ekstrapolasi membuat analisis kecepatan kritis menjadi lebih efisien.

Pada Model Uji I (plat tipis) hasil identifikasi koefisien FDs memiliki nilai yang mendekati dengan hasil analitik (Pendekatan Theodorsen). Sedangkan pada Model Uji II, hasil pengukuran di terowongan eksperimen mendekati

hasil eksperimen dari Andersen et al. (2018). Hal ini, menunjukkan bahwa program MITD mampu menghasilkan koefisien FDs yang akurat terutama pada kecepatan reduksi yang rendah.

Geometri atau bentuk dek jembatan mempengaruhi mekanisme *flutter* yang terjadi pada dek tersebut. Pada kasus plat tipis yang nilai koefisien  $A_2$  memiliki nilai dan gradien yang negatif, cenderung akan mengalami *coupled-flutter*. Sedangkan pada dek jembatan yang *bluff* dengan rasio  $B/D$  yang kecil akan mengalami *torsional flutter*. Menurut Matsumoto et. al (2005) dan Andersen et. al (2018), dek jembatan dengan rasio ketebalan  $B/D \leq 10$  akan cenderung mengalami *torsional-flutter*, sedangkan pada dek jembatan dengan  $B/D \geq 12.5$  cenderung mengalami *coupled-flutter*.

Pada kasus Jembatan Tacoma I terjadi mekanisme torsional *flutter* karena dek memiliki bentuk yang *bluff* dan kompleks. Oleh karena metode analisis MMA menghasilkan hasil prediksi yang lebih akurat dibanding metode CEVA. Berdasarkan hasil perhitungan, metode MMA hanya memiliki tingkat kesalahan 4.3% dan CEVA sebesar 10.7%.

Pada kasus *coupled-flutter*, metode CEVA memberikan hasil yang akurat. Akan tetapi, pada kasus *bluff body*, metode MMA memberikan hasil yang lebih akurat dibanding metode CEVA. Menurut Abbas (2016), pada kasus *coupled-flutter*, lebih umum didekati dengan metode CEVA. Akan tetapi metode CEVA memiliki keterbatasan dalam menginvestigasi nilai redaman dan frekuensi modus getar pada setiap kecepatan angin. Oleh karena itu, pada kasus *bluff body*, metode MMA memberikan hasil yang lebih memuaskan karena nilai redaman dapat diinvestigasi pada setiap kecepatan angin.

Pada bentuk jembatan dengan rasio ketebalan efektif  $B/D \geq 12.5$  dan memiliki bentuk yang *streamlined* yang ditandai dengan nilai  $A_2$  yang negative, metode CEVA memberikan prediksi yang lebih akurat. Sedangkan pada dek jembatan dengan rasio ketebalan efektif  $B/D \leq 10$ , metode MMA memberikan hasil prediksi yang lebih akurat dibanding MMA.

## KESIMPULAN DAN SARAN

### Kesimpulan

Dari hasil pengujian dua buah model uji, metode MITD mampu mengidentifikasi koefisien FDs secara baik terutama pada kecepatan angin yang rendah. Nilai FDs yang akurat akan menghasilkan analisis gaya-gaya aerodinamika dek jembatan yang mendekati kondisi riil dan prediksi kecepatan kritis *flutter* yang akurat.

Metode pengujian yang dikembangkan mampu memprediksi kecepatan kritis secara akurat. Pada Model Uji I, hasil prediksi (Metode CEVA) adalah 16.7 m/s, sedangkan kecepatan kritis teoritis (pendekatan plat tipis) adalah 18.04 m/s. Pada kasus Model Uji II, kecepatan kritis *flutter* hasil prediksi (Metode MMA) adalah 14.8 m/s, sedangkan kecepatan kritis hasil pengujian terowongan angin adalah 15 m/s. Pada studi kasus Jembatan Tacoma I, metode MMA hanya memiliki tingkat kesalahan 4.3% dan CEVA sebesar 10.7%. Oleh karena itu, metode yang telah dikembangkan ini dapat diaplikasikan untuk menganalisis kecepatan kritis *flutter* pada model seksional jembatan.

Pemilihan metode untuk memprediksi kecepatan kritis *flutter* juga sangat terkait dengan jenis *flutter* yang terjadi. Pada kasus *coupled-flutter*, kondisi ketidakstabilan *flutter* terjadi ketika frekuensi dua modus berada pada titik frekuensi yang sama. Metode CEVA dapat memprediksi batas kritis lebih baik, karena metode CEVA dapat menganalisis perubahan frekuensi masing-masing modus getar secara lebih akurat tetapi tidak bisa digunakan untuk menganalisis nilai redaman. Sedangkan metode MMA dapat digunakan untuk menganalisis nilai redaman di setiap kecepatan angin sehingga dapat digunakan untuk mendeteksi ketidakstabilan yang diakibatkan perubahan nilai redaman, seperti yang terjadi pada *torsional flutter*.

### Saran

Perlu dilakukan kajian pada bentuk dek jembatan dengan konfigurasi *twin-box*, dimana pada bentuk tersebut terdapat perforasi pada lantai dek jembatan yang dapat meningkatkan kestabilan dek. Selain itu pengujian seksional dek jembatan perlu dibandingkan dengan pengujian jembatan penuh, dimana pada model jembatan penuh



komponen struktural seperti rangka, pylon, kabel dapat dimodelkan lebih detail dan lengkap.

### UCAPAN TERIMA KASIH

Terima kasih diucapkan kepada pihak Laboratorium Teknologi Aerodinamika, Aeroelastika, dan Aeroakustika – Badan Riset dan Inovasi Nasional atas dukungan fasilitas pengujian yang telah diberikan. Kepada Kemenristek/BRIN, Penulis mengucapkan terima kasih atas dukungan dana sehingga penelitian ini dapat terwujud.

### DAFTAR PUSTAKA

- Abbas, T. 2016. *Assessment of Numerical Prediction Models for Aeroelastic Instabilities of Bridges*. Dissertaion, Bauhaus-Universitat Weimar
- Agar, T., J., A. 1989. Aerodynamic Flutter Analisis of Suspensi3n Bridges By A Modal Technique. *Journal of Engineering Structures*, 11, 75-82.
- Andersen, M.S., Oisethb, O., Johanssonc, J., dan Brandt. A. 2018. Flutter Derivatives From Free Decay Tests of A Rectangular  $B/D=10$  Section Estimated By Optimized System Identification Methods. *Journal of Engineering Structures* 156: 284-293.
- Bartoli, G., dan Mannini, C. 2008. A Simplified Approach to Bridge Deck Flutter. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 96: 229-256
- Bartoli, G., Contri, S., Mannini, C., dan Righi, M. 2009. Toward an improvement in the identification of bridge deck flutter derivatives. *Journal of Engineering Mechanics*, 135 (8), 771-785.
- Chen, Z., Q., Yu, X., D., Yang, G., dan Spencer Jr, B., F. 2005. Wind-Induced Self Excited Loads on Bridges. *Journal of Structural Engineering*, 131(12): 1783-1793.
- Chen, G.F., Li, H., dan Zhang, Y., Z. 2020. A New Alternative revised Step-by Step Flutter Analysis. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 196.
- Como, M., Del Ferraro, S., and Grimaldi, A. 2005. A parametric analisis of the flutter instability for long span suspension bridges, *Journal of Wind and Structures*, 8(1): 1-12.
- Fariduzzaman and Gunawan, L. 2001. Flutter margin determination of a long span bridge, *4<sup>th</sup> Pacific International Conference on Aerospace Science and Technology*.
- Historian American Engineering Record. 1993. Tacoma Narrows Bridges Compared.
- Larsen, A. 1998. Advances in aeroelastic analyses of suspensi3n and cable-stayed bridges. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 74-46, 73-90.
- Larsen, A., dan Larose, G., L. 2015. Dynamic Wind Effects on Suspensi3n And Cable-Stayed Bridges. *Journal of Sound and Vibration* 334: 2-28.
- Lin, W., dan Yoda, T. 2017. *Bridge Engineering: Classifications, Design Loading, and Analysis Methods*, Butterworth-Heinemann: Oxford
- Matsumoto, M., Mizuno, K., Okubo, K., dan Ito, Y. 2005. Torsional Flutter and Branch Characteristics for 2-D Rectangular Cylinders. *Journal of Fluids and Structures* 21: 597 - 608.
- Nieto, F., Hernandez, S., dan Jurado, J. A. 2009. Virtual Wind Tunnel: An Alternative Approach For The Analysis Of Bridge Behaviour Under Wind Effects. *Advances in Engineering Software* 40: 229-235.
- Sarkar, P., P., Jones, N., P., dan Scanlan, R., H. 1994. Identification of Aeroelastic Parameters of Flexible bridges. *J. Eng. Mech.*, 120, 1718-1742.
- Shinozuka, M., Yun, C., B., dan Imai, H. 1982, Identification of Linear Structure Dynamic System. *Journal of Engineering Mechanics Div.* 108(6): 1371-1390.
- Simiu, E., dan Scanlan, R., H. 1996. *Wind Effects on Structures: Fundamental And Applications To Design*. New York: John Wiley & Son, Inc.
- Wang, Z dan Drogomirescu, E. 2016. Flutter Derivatives Identification On Aerodynamic Performance of An Optimized Multibox Bridge Deck. *Advances in civil engineering (Hindawi Publishing Corporation)*.
- Wu, B., Wang, Q., Liao, H., Li, Y., dan Li, M. 2020. Flutter Derivatives of A Flat Plate Section And Analysis of Flutter Instability at Various Wind Angles Of Attack. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 196.
- Xu, F., Ying, X., dan Zhang, Z. 2016. Effect of Exponentially Modified Sinusoidal Oscillation and Amplitude on Bridge Deck Flutter Derivatives. *Journal of Bridge Engineering, ASCE* 21(5): 06016001.